

Musteraufgaben Jahrgang 10 – Realschule

Die Musteraufgaben Mathematik für die Jahrgangsstufe 10 beziehen sich auf die Inhalte, die im Rahmenplan des Faches Mathematik als Anforderungen am Ende der Klasse 10 für die Realschule aufgeführt sind:

- Arithmetik
- Geometrie

Die Musteraufgaben dienen von den Anforderungen und der Aufgabenstellung her als Beispiele für die Arbeit an regionalen Parallelarbeiten. Für die Aufgaben sind die Lösungen sowie ein Bewertungsraster angegeben. Bei den Lösungen soll der Lösungsweg nachvollziehbar sein, unterschiedliche Lösungsstrategien sind bei einigen Aufgaben möglich und entsprechend bei der Bewertung zu berücksichtigen.

Mehrere der vorgelegten Musteraufgaben beschränken sich nicht auf einen inhaltlichen Bereich, sie beziehen sich auf mehrere Themenbereiche.

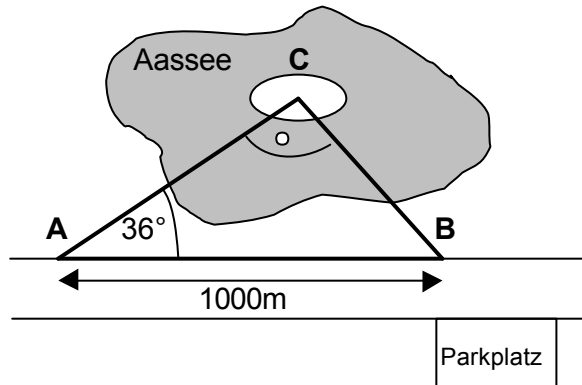
Hinweise für die regionalen Parallelarbeiten:

- die Bearbeitungszeit beträgt 90 Minuten
- die einzelnen Aufgaben sind in Teilaufgaben gegliedert, in der Regel umfasst die Parallelarbeit drei Aufgaben
- die beiden oben aufgeführten Themenbereiche müssen durch entsprechende Aufgaben vertreten sein.

Themenbereich	Trigonometrie
----------------------	----------------------

In einem Naherholungsgebiet soll die Insel im Aassee vom Parkplatz aus mit einer Kabinenseilbahn erschlossen werden.

Landvermesser haben die in der Skizze eingetragenen Größen ermittelt.



- Zeichne das rechtwinklige Dreieck ABC im Maßstab 1:10000.
- Berechne die Länge der geplanten Kabinenbahn vom Parkplatz (B) zu der Insel (C) in Metern.
- In der weiteren Planungsphase kommen den Betreibern in Hinblick auf die Baukosten nun doch Bedenken. Sie erwägen, die Kabinenbahn dort zu bauen, wo sie die kürzestmögliche Entfernung von der Straße zur Insel überbrückt. Berechne, in welcher Entfernung von der Parkplatzeinfahrt (B) die Einsteigestation der Bahn dann gebaut werden müsste.
- Wie lang würde die Kabinenbahn bei dieser preiswerteren Lösung?
- Überprüfe deine Rechenergebnisse mit Hilfe von Längen, die du aus deiner Zeichnung (Aufgabe a)) abliest. Schreibe auf: *Gemessen: ... Berechnet: ...*

Hilfsmittel: Taschenrechner
Zeit: 30 min

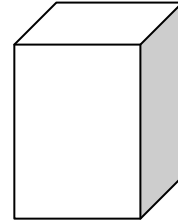
Erwartete Lösungswege und Ergebnisse	Punkte
a) Anlegen einer maßstabsgerechten Zeichnung	2
b) Berechnen der Gegenkathete mit $\sin 36^\circ = \frac{a}{1000m}$ Seite $a = 587,79 \text{ m}$ Antwortsatz: Die Länge....	2 1
c) Analysieren des Textes und Anlegen einer Planskizze bzw. Ergänzung der Zeichnung aus a) Berechnen der Größe des Winkels bei B (54°) Berechnung der Entfernung d aus: $\cos 54^\circ = \frac{d}{a}$ als $d = 345,49 \text{ m}$ Kontextbezogener Antwortsatz: ...	2 1 2 1
d) Berechnen der gesuchten Entfernung h aus: $\sin 54^\circ = \frac{h}{a}$ als $h = 475,53 \text{ m}$ Kontextbezogener Antwortsatz:	2 1
e) Auflisten der Messergebnisse und ggf. wertender Vergleich	2
Summe	16

Quelle/Vorlage:

Fachbezogene Leistungsprüfungen für die Realschule, Schuljahrgang 10, Mathematik, Niedersächsisches Kultusministerium, Februar 2000

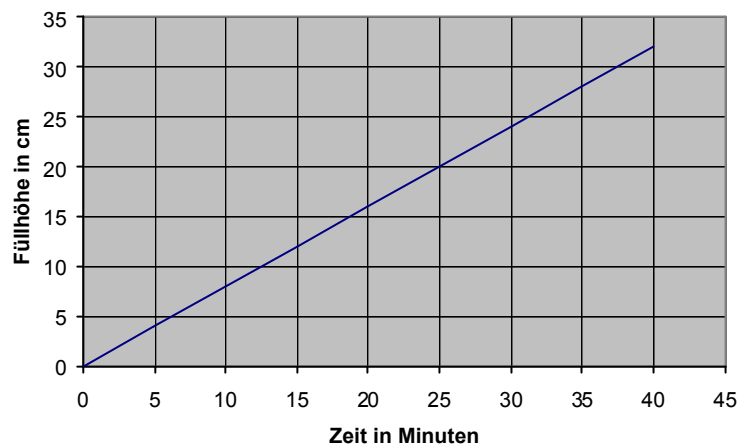
Themenbereich**Körperberechnung, Prozentrechnung, Funktionen**

Ein quaderförmiger Behälter für Flüssigkeiten hat die Innenmaße 10 cm x 10 cm x 30 cm.

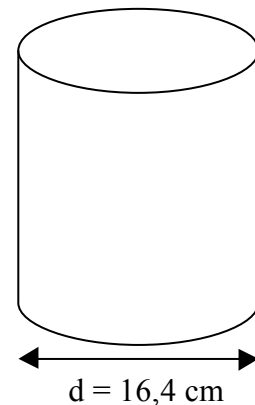


- a) Wie viel Liter Flüssigkeit fasst dieser Behälter?
- b) Der Behälter ist zu 90 % gefüllt. Wie hoch steht die Flüssigkeit?

- c) Der nebenstehende Graph gibt die Funktion Zeit $\rightarrow$ Füllhöhe an. Wie viel Kubikzentimeter der Flüssigkeit fließen in jeder Minute in den Behälter?



- d) In den nebenstehenden Zylinder fließen in einer Minute 800 cm^3 Flüssigkeit. Zeichne den Graphen der Funktion Zeit $\rightarrow$ Füllhöhe. (Beschreibe hierzu Deine Überlegungen)



Hilfsmittel:
Zeit:

Taschenrechner
30 min

Erwartete Lösungswege und Ergebnisse	Punkte
a) Berechnung des Volumens und Angabe in Liter $V = 3000 \text{ cm}^3 = 3 \text{ l}$	2
b) Berechnung der Füllmenge und Höhe $V = 2700 \text{ cm}^3$ $h = 27 \text{ cm}$	2
c) Entnehmen eines „sicheren“ Wertepaares aus dem Diagramm und Berechnung der Zuflussmenge 25 min. $\rightarrow$ 20 cm $h = 20 \text{ cm}$ entspricht 2000 cm^3 in 25 min. also $80 \text{ cm}^3/\text{min}$ Kontextbezogener Antwortsatz:	1 2 1
d) Notwendigkeit der Höhenberechnung der Füllmenge erkennen, Umstellung der Volumenformel, Berechnung der Füllhöhe/min. $h = 800 \text{ cm}^3 : \pi : (8,2 \text{ cm})^2 = 3,79 \text{ cm}$ d.h. $3,8 \text{ cm/min}$. Darstellung in einem Diagramm mit geeigneter Skalierung Überlegungen zur Begrenztheit des Volumens und dem daraus ggf. folgendem waagerechten Diagrammverlauf	2 2 2
Summe	14

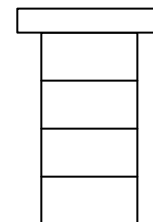
Quelle/Vorlage:

Qualitätsentwicklung und Qualitätssicherung

Aufgabenbeispiele Klasse 10: Mathematik NRW

Themenbereich	Körperberechnung
----------------------	-------------------------

In der Fußgängerzone von Stade wird eine Plakatsäule aufgestellt, die aus Betonringen (Innendurchmesser: 1,16 m, Außendurchmesser: 1,28 m) mit einer Gesamthöhe von 3,15 m zusammengesetzt wird. Den oberen Abschluss bildet zusätzlich ein 11 cm dicker Betondeckel, der einen umlaufenden Überstand von 10 cm hat.



- Der Deckel soll von oben und am seitlichen Rand mit wetterfestem Kunststoff beschichtet werden. Wie groß ist die zu beschichtende Fläche in m^2 (auf zwei Dezimalstellen genau angeben)?
- Wie groß ist die Fläche, die für Werbeplakate zur Verfügung steht, wenn die unteren 25 cm der Säule frei bleiben sollen? Gib das Ergebnis in m^2 (2 Dezimalstellen) an.
- Die Stadtverwaltung von Stade erwartet für die Werbefläche Mieteinnahmen von mindestens 3000 € pro Jahr (52 Wochen). Zu welchem Preis müsste ein Quadratmeter Werbefläche pro Woche vermietet werden?
- Mit welcher Masse wird das Fundament dieser Plakatsäule belastet, wenn Beton mit einer Dichte von $2,1 \text{ g/cm}^3$ verwendet werden soll? Gib das Ergebnis in einer sinnvollen Einheit an.

Hilfsmittel: Taschenrechner

Zeit: 30 min

Bemerkungen: Die Skizze kann um Bemaßung erweitert werden, bzw. es könnte ggf. auf die Skizze verzichtet werden.

Erwartete Lösungswege und Ergebnisse	Punkte
a) Erkennen der zu verwendenden Maße und zu berechnenden Flächen als Mantel- und Grundfläche eines Zylinders sowie deren Berechnung	
Radius: $r = 0,74 \text{ m}$	1
$A = \pi \cdot (0,74 \text{ m})^2 + 2 \cdot \pi \cdot 0,74 \text{ m} \cdot 0,11 \text{ m} = 2,23 \text{ m}^2$	2
Kontextbezogener Antwortsatz:	1
b) Erkennen der verkürzten Höhe und berechnen der Mantelfläche	
$A = 2 \cdot \pi \cdot 0,64 \text{ m} \cdot 2,90 \text{ m} = 11,66 \text{ m}^2$	2
Kontextbezogener Antwortsatz: ...	1
c) Berechnen des notwendigen Mietpreises	
$P = 3000 \text{ €} : 52 : 11,66 = 4,95 \text{ €}$	2
Kontextbezogener Antwortsatz:	1
d) Berechnen des Gesamtvolumens aus Voll- und Hohlkörper	
$V = \pi \cdot (0,74 \text{ m})^2 \cdot 0,11 \text{ m} + \pi \cdot [(0,64 \text{ m})^2 - (0,58 \text{ m})^2] = 0,419 \text{ m}^3$	3
Berechnung der Masse und Angabe in kg bzw. t	
$m = 419\,000 \text{ cm}^3 \cdot 2,1 \text{ g} = 879\,900 \text{ g} = 879,9 \text{ kg} (= 0,88 \text{ t})$	2
Kontextbezogener Antwortsatz:	1
Summe	16

Quelle/Vorlage:

Fachbezogene Leistungsprüfungen für die Realschule, Schuljahrgang 10, Mathematik, Niedersächsisches Kultusministerium, Februar 2000

Themenbereich	Zinsrechnung
---------------	--------------

Ute erhält von ihren Großeltern 10.000 €.

1. Sie legt das Geld auf einem Sparbuch mit einem Zinssatz von 2,5 % fest.

Wie hoch ist ihr Guthaben

- a) nach einem Jahr;
- b) nach fünf Monaten;
- c) wenn sie ihr Geld 75 Tage anlegt;
- d) nach drei Jahren, wenn die Zinsen auf dem Konto bleiben und mitverzinst werden?

2. Sie erfährt, dass man bei anderen Geldanlagen höhere Zinserträge erzielen kann, wenn der Betrag von 10000 € für drei Jahre festgelegt wird. Dabei erhält sie folgende Festgeldangebote (d.h. sie kann ihr Geld nicht abheben und die Zinsen werden mitverzinst):

Bank A: Sparbrief über drei Jahre mit einem Zinssatz von jährlich 4 %

Bank B: Sparbrief mit einem Zinssatz von 3 % im 1. Jahr, 4 % im 2. Jahr und 5 % im 3. Jahr

Bank C: Sparbrief mit jeweils 4 % in den ersten beiden Jahren, 4,5 % im 3. Jahr.

Vergleiche die Angebote der drei Banken. Welches Angebot ist das beste?

3. Da sie das Geld in den nächsten Jahren nicht benötigt, überlegt sie

a) nach wie vielen Jahren hat sich ihr Guthaben von 10000 € bei einem Zinssatz von 5 % verdoppelt.

b) Wie hoch muss der Zinssatz sein, damit sich ihr Guthaben von 10000 € in zehn Jahren verdoppelt?

Hilfsmittel: Taschenrechner

Zeit: 30 Minuten

Anmerkung: Von dieser Aufgabe können auch nur einzelne Teile bearbeitet werden.

Erwartete Lösungswege und Ergebnisse	Punkte
1. Berechnung der Zinsen nach einem Jahr, fünf Monaten ($\frac{5}{12}$ der Jahreszinsen), 75 Tagen ($\frac{75}{360}$ der Jahreszinsen) bzw. des Kapitals nach drei Jahren (mit Hilfe der Zinseszinsformel): a) Zinsen: 250,00 €. Guthaben nach einem Jahr: 10250,00 €. b) Zinsen nach 5 Monaten: 104,17 €. Guthaben nach 5 Monaten: 10104,17 €. c) Zinsen nach 75 Tagen: 52,08 €. Guthaben nach 75 Tagen: 10052,08 €. d) $10000 \cdot 1,025^3 = 10768,906$. Guthaben nach 3 Jahren: 10768,91 €.	1 1 1 2
2. Jeweils vorhandenes Kapital nach 3 Jahren bei den Angeboten der Banken A, B, C: $K_A = 10000 \cdot 1,04^3 = 11248,64$. $K_B = 10000 \cdot 1,031,04 \cdot 1,05 = 11247,60$. $K_C = 10000 \cdot 1,04 \cdot 1,04 \cdot 1,045 = 11302,72$. Das günstigste Angebot macht Bank C.	6
3. a) Ansatz mit Hilfe der Zinseszinsformel (Kapital nach n Jahren): $10000 \cdot 1,05^n$. Durch Probieren erhält man: $10000 \cdot 1,05^{14} = 19799,32$, $10000 \cdot 1,05^{15} = 20789,28$. Ergebnis: Eine Verdoppelung tritt nach etwa 14 Jahren ein. Falls der Logarithmus zur Verfügung steht, kann man den Ansatz $20000 = 10000 \cdot 1,05^n \text{ machen. Daraus ergibt sich } n = \frac{\lg 2}{\lg 1,05} = 14,207 \text{ .}$ b) Ansatz: $20000 = 10000 \cdot q^{10}$. Daraus ergibt sich $q = \sqrt[10]{2} = 1,072$. Bei einem Zinssatz von etwas mehr als 7 % verdoppelt sich das Kapital in 10 Jahren.	4 3
Summe	18

Quelle/Vorlage:

Qualitätsentwicklung und Qualitätssicherung, Aufgabenbeispiele Klasse10: Mathematik, NRW

Themenbereich	Rechnen mit rationalen Zahlen, Prozent- und Zinsrechnung, Exponentialfunktion
----------------------	--

Ein neues Auto ist heutzutage sehr teuer.
In der Preisliste eines PKW-Herstellers findet man
z. B. folgende Angaben:

Grundpreis	18900 €
Überführung	490 €
Sonderausstattung	800 €
Klimaanlage	1200 €
Radio	400 €

1. Wie viel € kostet ein solches Auto mit kompletter Ausstattung, wenn 16% MwSt zum Gesamtpreis hinzukommen?
2. Frau Umsicht weiß, dass dieses Auto jährlich $\frac{1}{4}$ seines aktuellen Wertes verliert. Sie befürchtet, dass es ihr beim Verkauf nach drei Jahren weniger als die Hälfte des Neupreises einbringen wird. Prüfe, inwieweit diese Befürchtung zutrifft.
3. Frau Umsicht überlegt, ob sie sich ein preiswerteres Auto kaufen soll. Dann könnte sie 5000 € für fünf Jahre zu einem festen Zinssatz von 4% anlegen.
Auf wie viel € wächst ihr Kapital nach Ablauf von fünf Jahren mit Zinsen und Zinseszins?
4. Motorleistungen wurden früher in "Pferdestärken" (PS) angegeben, heute in Kilowatt (kW).
Dabei gilt: $1 \text{ kW} = 1,36 \text{ PS}$. Frau Umsichts früherer PKW hat 100 PS, ihr neuer 75 kW.
Überprüfe, für welchen Motor die größere Leistung angegeben ist.

5. Frau Umsicht muss dringend eine Tankstelle anfahren. Sie liest dort auf einem Hinweisschild:

Sie bezahlt 30 €. Wie viel Liter Diesel hat sie getankt? Runde sinnvoll.

Diesel	85 ⁹
Benzin bleifrei	105 ⁹
Super bleifrei	108 ⁹
Super plus	112 ⁹

6. In der Fahrschule lernt man eine Faustregel, nach der man den Bremsweg eines Autos berechnen kann: "Wenn man die Geschwindigkeit (in km/h) durch 10 dividiert und das Ergebnis quadriert, so erhält man den Bremsweg (in m)".
a) Vervollständige nach dieser Faustregel die Tabelle:

Geschwindigkeit	(km/h)	30	50	100	150
Bremsweg	(m)				

- b) Erfasse diese Regel durch eine Funktionsgleichung.
Wähle dabei für die Maßzahl der Geschwindigkeit die Variable x , für die Maßzahl des Bremsweges $f(x)$.
- c) Ein Auto hat einen Bremsweg von 56,25 m. Welche Geschwindigkeit hatte es?

Hilfsmittel: Taschenrechner
Zeit: 30 Minuten

Erwartete Lösungswege und Ergebnisse	Punkte
1. $(18900+490+800+1200+400) \times 1,16 = 21790 \times 1,16 = 25276,40$ Ergebnis: Das Auto kostet 25.276,40 €.	2
2. Ansatz: $(1 - \frac{1}{4})^3 = 0,421875$. Ergebnis: Nach drei Jahren ist das Auto nur noch ca. 42 % seines Neupreises wert, also weniger als die Hälfte.	3
3. Ansatz mit Hilfe der Zinseszinsformel: $5000 \cdot (1 + \frac{4}{100})^5 = 6083,26$. Ergebnis: Das Kapital ist auf 6.028,26 € angewachsen.	2
4. Umrechnung von kW in PS: $75 \cdot 1,36 = 102$. Ergebnis: Das neue Auto hat mit 102 PS den stärkeren Motor.	1
5. Ansatz: $30 : 0,859 = 34,92$. Ergebnis: Sie tankt etwa 34,9 Liter Diesel.	1
6. a) Tabelle: Geschwindigkeit in km/h: 30 50 100 150 Bremsweg in m: 9 25 100 225	2
b) $f(x) = (\frac{x}{10})^2$.	1
c) Ansatz: $(\frac{x}{10})^2 = 56,25$. Daraus folgt: $x = 75$. Ergebnis: Das Auto hatte eine Geschwindigkeit von 75 km/h.	2
Summe	14

Quelle/Vorlage:

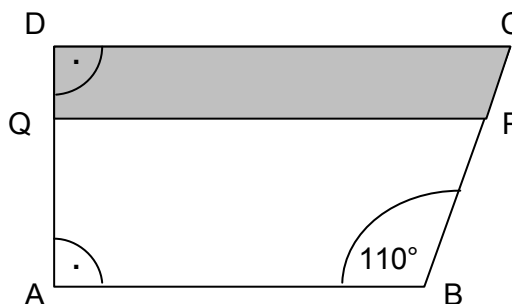
Qualitätsentwicklung und Qualitätssicherung, Aufgabenbeispiele Klasse 10: Mathematik, NRW

Themenbereich	Trigonometrie
---------------	---------------

Nebenstehende Skizze zeigt den Plan eines Gartens. Die Gartenfläche hat die Form eines Trapezes $ABCD$ mit den angegebenen Winkeln und den

Maßen $\overline{AB} = 20,0\text{ m}$ und

$\overline{AD} = 15,0\text{ m}$.



- Zeichne das Trapez $ABCD$ im Maßstab 1:200.
- An der von der Strecke $\overline{CD}$ begrenzten Seite des Gartens wird ein 3,0 m breiter Streifen mit Sträuchern bepflanzt. Die Strecke $\overline{PQ}$ stellt die Begrenzung des Sträucherbeetes dar. Zeichne die Strecke $\overline{PQ}$ ebenfalls ein.
Berechne die Länge der Beetbegrenzung $\overline{PQ}$.
- An der von der Strecke $\overline{BP}$ begrenzten Seite des Gartens wird eine Schilfrohrmatte als Sichtschutz angebracht. Berechne die Länge des Sichtschutzes.
- Auf der noch nicht durch Sträucher verplanten Gartenfläche wird Fertiggras verlegt. Berechne die Kosten, wenn der Gärtner 19,99 € pro verlegten Quadratmeter Fertiggras verlangt.

Hilfsmittel: Taschenrechner

Zeit: 20 Minuten

Erwartete Lösungswege und Ergebnisse	Punkte
a) Zeichnen des Trapezes im Maßstab 1 : 200	1
b) Man fällt von B das Lot auf die Strecke $\overline{PQ}$ (Fußpunkt R). In dem Dreieck BPR hat die Strecke $\overline{PQ}$ die Länge 12 m, der Winkel $\sphericalangle RBP$ hat die Größe 20° . Es gilt $\overline{RP} = \overline{BR} \cdot \tan 20^\circ = 4,37$ und damit $\overline{QP} = \overline{QR} + \overline{RP} = 20 + 4,37 = 24,37$. Ergebnis: Die Strecke $\overline{PQ}$ ist etwa 24,4 m lang. Zeichnung der Strecke $\overline{PQ}$.	4 1
c) Es gilt: $\overline{BP} = \frac{\overline{BR}}{\cos 20^\circ} = 12,77$. Ergebnis: Die Schilfrohrmatte hat eine Länge von 12,8 m.	2
d) Ansatz: $K = \frac{1}{2} \cdot (20 + 24,37) \cdot 12 \cdot 19,99 = 5321,74$. Ergebnis: Die Kosten betragen ca. 5322 € (5325 für $\overline{PQ} = 24,4$)	3
Summe	11

Quelle/Vorlage:

Abschlussprüfung 2002 an den Realschulen in Bayern